

**Paola Gario (Università di Milano)**

*Leggere e rileggere Euclide: spunti per l'insegnamento della geometria*

In questa conferenza Paola Gario affronta il tema della geometria sintetica, la geometria che non fa uso di un linguaggio algebrico, in particolare nei curricoli delle scuole superiori. I temi presenti negli "Elementi" di Euclide sono ricorrenti e valorizzati nelle linee guida ministeriali relativi alla matematica. Per leggere al meglio il libro, l'autrice ci fornisce alcuni spunti e indicazioni per appassionare gli studenti ad un approccio alla matematica oggi sempre più trascurato. Attualmente, le versioni del libro di Euclide e gli estratti contenuti nei manuali scolastici risentono del linguaggio moderno di tipo hilbertiano, il quale può risultare difficile da comprendere e interpretare per gli studenti del primo biennio.

È fondamentale che il docente consideri alla pari i due approcci alla geometria, sintetico e analitico, e che abbia ben in mente come essi devono essere valutati ed esercitati durante gli anni di studio delle superiori. Vengono forniti vari esempi di risoluzione di esercizi matematici e da un'indagine a campione sembra che il docente preferisca in media l'approccio analitico a quello sintetico con una valutazione più alta del primo rispetto al secondo. Secondo l'autrice, ciò porta lo studente a scollegarsi dalla rappresentazione grafica e dimenticare facilmente la rappresentazione mentale dei fatti matematici. Paola Gario fornisce l'esempio nel quadrato del binomio, in cui viene spesso dimenticato il doppio prodotto. Nel secondo libro, proposizione 4, Euclide interpreta il quadrato del binomio come un fatto geometrico che probabilmente aiuterà a rinforzare l'immagine mentale di tipo geometrico nell'approccio all'algebra dello studente. Alla base di questo ragionamento, Paola Gario richiama il fatto che è ormai condiviso a livello pedagogico che molteplici rappresentazioni dello stesso fatto aiutano alla memorizzazione del concetto da parte dell'allievo.

**I teoremi come "dispositivi"**

L'autrice passa poi ad esaminare la teoria dell'equiestensione di Euclide o di equivalenza tra figure (Libro 1, nozioni comuni), ed il teorema di equiestensione (Libro 1, proposizione 35), mostrandoci un esempio di dimostrazione euclidea di tipo grafico-sintetico. "Euclide ci spinge a vedere i teoremi non come semplici deduzioni, ma come dei "dispositivi", cose che ci permettono di fare altre cose". Egli ci mostra alcune applicazioni del teorema di equiestensione in altri importanti teoremi geometrici fino ad arrivare al teorema di Pitagora e a quelli oggi denominati di Euclide. È facile applicare il teorema anche a triangoli non rettangoli senza introdurre seni e coseni (Libro II, proposizione 12).

Nel Libro I, Euclide introduce il teorema dello gnomone, "dispositivo" essenziale nelle dimostrazioni di molti altri teoremi (proposizione 43) e nel Libro II, egli ci mostra un importante teorema legato proprio al quadrato del binomio sull'isoperimetria tra figure (proposizione 5).

**Il Libro III e il cerchio (circonferenza)**

Partendo dalla relazione retta-circonferenza Euclide espone il concetto di intersezione tra figure. Quest'ultimo richiede l'introduzione del postulato sulla continuità, spunto possibile per l'analisi della completezza dei numeri reali. La relatrice compara le varie definizioni euclidee di cerchio, centro, diametro, del Libro II con quella di sfera del Libro XI sottolineando le differenze di linguaggio nei vari libri degli Elementi.

Il Libro III è un libro di grande raffinatezza in cui Euclide utilizza tanti dispositivi dei libri precedenti: ne sono esempi le proposizioni sugli assi delle corde passanti per il centro (proposizione 1), sulla convessità del cerchio (proposizione 2), sulla tangenza tra retta e cerchio e tra due cerchi. Si mostra come Euclide riesca a costruire figure simili ad altre ma inscrivibili in una data circonferenza, un problema molto pratico risolto in maniera semplice dal matematico greco proprio con l'utilizzo della tangente (proposizione 32 del libro III). Il libro III

termina con le proposizioni 36 e 37, il teorema della secante e il teorema che fornisce un criterio di tangenza per una retta. Si introduce il concetto di potenza di un punto rispetto ad una circonferenza e quello di asse radicale (il luogo di punti con stessa potenza rispetto alle due circonferenze). La conferenza termina descrivendo i punti conciclici di una circonferenza e il loro legame con la trigonometria.

*A cura di Gianfranco Lucchese*