Umberto Bottazzini (Università di Milano)

Infinito, tra filosofia e matematica

In questa conferenza Umberto Bottazzini affronta le tematiche matematico-filosofiche sull'infinito. Partendo dalla dicotomia tra l'oceano e l'infinito ricorrente tra il '500 e l'800 tra vari esponenti nelle scienze in Europa (Galileo, Cavalieri, Fontenelle), il relatore passa ad analizzare vari testi storici matematici in cui compaiono le definizioni e le relazioni tra infiniti e grandezze incommensurabili, sia dal punto di vista geometrico, sia dal punto di vista numerico. Nella corrispondenza tra i fratelli Weil, entrambi appassionati e cultori della matematica e della filosofia, si legge che la scoperta dell'esistenza dei numeri irrazionali tra i matematici ellenistici ha portato a un "dramma di portata immensa", coinvolgendo anche la religione e gli dei, così come riportato da Giambico, circa 800 anni dopo i fatti relativi a Ippaso di Metaponto.

Gli antichi greci

Gli antichi filosofi e matematici greci furono i primi che tentarono di formalizzare il concetto di infinito: esempi di formalizzazione vengono analizzati dal relatore con l'anthyphairesis di Euclide, l'apeiron di Anassimandro, l'infinità del tempo di Aristotele. Essi teorizzarono un infinito che esiste in potenza e uno in atto, distinzione che permarrà nei secoli successivi. Aristotele, nel terzo libro della Fisica teorizza che "…l'infinito si manifesta in primo luogo nel continuo". Egli partendo dalle definizioni di punto indivisibile e di retta continua, afferma che quest'ultima non può essere composta di indivisibili e quindi non può esser vista come una collezione di punti.

Doctores medioevali

I seguaci di Aristotele, i filosofi medievali Ruggero Bacone e Duns Scoto, riprendono le concezioni aristoteliche basandosi sulle dimostrazioni che mettono in relazioni punti e rette. Libert Froidmond riprende la dimostrazione di Zenone dell'infinitamente divisibile. Nel periodo buio, la dicotomia tra infinito per divisione e per lunghezza permane e si rafforza. Umberto Bottazzini introduce Hermann Weyl, matematico e fisico del '900, il quale, in tempi recenti, ha tentato di risolvere il paradosso di Zenone ed ha fornito elementi per la formalizzazione di infinito dal punto di vista intuitivo. Secondo Broower, anche lui intuizionista, il continuo non è composto di parti ma di scelte in divenire create dal nostro intuito; così come pensava Aristotele egli riformula questa teoria in chiave moderna.

Tra il 1500 e il 1650

Il relatore passa poi ad analizzare le opere di Galileo, Kepler, Giordano Bruno, Calvino, Pascal, Spinoza, Wallis, Cavalieri, dove sono presenti le disquisizioni sull'infinito, nel periodo che va dal '500 al '600. Nel suo libro "Due nuove scienze", Galileo propone le discussioni sull'infinito tra Simplicio, matematico difensore delle idee aristoteliche, Salviati, alter ego di Galileo e Sagredo, mediatore fra i due. Il relatore si sofferma sulla dimostrazione relativa alla ruota di Aristotele (presente nella Meccanica del filosofo greco) e ciò che deduce Galileo sulla comparazione fra infiniti diversi. Ciò che appare continuo agli occhi di Aristotele, per Galileo, nasconde "infiniti vacui". Nel 1600, molti matematici (tra cui Antonio Rocco) ritengono ciò impossibile a favore delle teorie aristoteliche. Un'altra dimostrazione innovativa di Galileo sull'infinito è quella relativa alle sezioni di una "scodella" e di un cono in essa contenuto. Cavalieri, in risposta a Galileo, mette in dubbio questa dimostrazione di Galileo, tramite quella che diverrà la legge di continuità, ovvero ciò che è vero nel caso finito non è detto che rimanga tale quando si passa al limite per infinito. Infine, in un altro capitolo del libro, Galileo afferma esplicitamente che gli attributi di minore, maggiore e uguale non si possono usare per gli infiniti ma solo per le quantità finite. Analizzando poi le opere di Bruno, Calvino, Cartesio, Spinoza si conferma che in questa epoca il concetto di infinito continua ad appartenere solo a Dio. Ne è prova la condanna degli indivisibili da parte dei gesuiti nel 1651.

La nuova analisi infinitesimale

Una prima matematizzazione dell'infinito, non senza inesattezze, viene condotta dal matematico Wallis (1655) nella sua "Arithmetica infinitorum". Umberto Bottazzini mostra un articolo di Leibniz del 1684, il quale segna la data di nascita del calcolo differenziale. Si nota come lo scienziato introduce il differenziale, con la stessa notazione attuale, *dx*. Anche Newton, nei suoi "Principia", appena qualche anno dopo, e de L'Hôpital, nell' "Analyse des infiniment petits", introducono assiomi e teoremi sul calcolo infinitesimale. Tra i critici della nuova analisi infinitesimale, Bottazzini cita: Nieuwentijt, nelle sue "Considerationes circa analyseos ad quantites infinite parvas" del 1694, e addirittura Rolle, nel suo "Du nouveau sisteme de l'infini" del 1703.

Cantor e l'infinito

Bolzano, nei "Paradossi dell'infinito" (1851), sposta dopo secoli l'attenzione sul concetto di infinito in atto, andando ad analizzare gli insiemi infiniti e introducendo lo strumento della corrispondenza biunivoca fra insiemi equipotenti e non per le sue dimostrazioni. Dedekind riprende il lavoro di Bolzano e arriva alla definizione di insieme finito/infinito. Fu Riemann a distinguere i due concetti di "infinito" e "illimitato" che fino a pochi anni prima venivano considerati come sinonimi in matematica. Cantor, invece, leggendo Bolzano e nonostante avesse trovato molti errori nei suoi testi, fu influenzato e stimolato in modo significativo dal matematico boemo. Bottazzini ripercorre i contributi di Cantor e Dedekind alla formalizzazione dell'infinito (insieme derivato, punto di accumulazione, equipotenza), ed illustra le fasi che portarono all'assioma di Dedekind, tramite un'analisi della corrispondenza fra i matematici tedeschi. L'ultimo lavoro di Cantor riguarda i numeri transfiniti. Anche per i lavori di Cantor vi furono matematici contrari alle nuove teorie, tra cui spiccano Kronecker ("Dio ha creato i numeri naturali, tutto il resto è opera dell'uomo") ed Hermite, che considera prematura la pubblicazione di alcuni lavori di Cantor sull'infinito. Il relatore conclude la conferenza con l'illustrare brevemente il metodo della diagonalizzazione, i lavori di Cantor sulla cardinalità di un insieme e gli influssi su Hilbert, Gödel e Cohen. Infine, delinea brevemente i suoi lavori pubblicati, due libri sui numeri e sul concetto di infinito.

A cura di Gianfranco Lucchese